

Tóm tắt

Nội dung 1: Bài toán thuận.

Mục tiêu nội dung 1:

Cũng như đề tài B2021-18-02, chúng tôi tiếp tục khảo sát sự tồn tại, duy nhất nghiệm của bài toán và khảo sát sự liên tục của bài toán theo bậc của đạo hàm cho bài toán FPDE hay SPDE. Bài toán có dạng tổng quát là $D_t^\alpha u + Au + cBu = f(t, u)$, $u(0) = u_0$, với f bất định hay ngẫu nhiên, A là một toán tử bị chặn hay một toán tử tự liên hợp không bị chặn. Nếu đạo hàm có bậc cao hơn 1 thì các điều kiện đầu sẽ thay đổi tương ứng. Sự thay đổi của toán tử A làm cho chủ đề rất phong phú. Trong đề tài B2021-18-02 chúng tôi mới chỉ khảo sát được vài trường hợp của toán tử A . Trong đề tài này, chúng tôi tiếp tục chứng minh sự tồn tại nghiệm $u_\alpha(t)$ bằng cách sử dụng dạng phương trình tích phân và lý thuyết phổ với các loại toán tử A khác nhau. Chúng tôi cũng sẽ khảo sát sự tồn tại nghiệm trên một khoảng tối đại $[0, T_{\max})$ với $\lim_{t \rightarrow T_{\max}} \|u_\alpha(t)\| = \infty$ và sự liên tục của nghiệm theo α và các tính chất toàn cục, bùng nổ của nghiệm.

Phương pháp: Các phương pháp của phương trình tích phân, phương pháp Galerkin, phương pháp giải tích phi tuyến, ...

Nội dung 2: Chinh hóa bài toán không chỉnh (ngược thời gian, nguồn ngược, ...) cho phương trình phi tuyến với đạo hàm cấp không nguyên.

Mục tiêu nội dung 2:

Thiết lập nghiệm chỉnh hóa và đánh giá sai số cho các phương trình khuếch tán với đạo hàm cấp không nguyên như đã liệt kê: Bài toán ngược thời gian, bài toán Cauchy, Bài toán Sideways, bài toán tìm nguồn. Các bài toán này được khảo sát với nhiều loại đạo hàm phân thứ như đạo hàm Caputo, Caputo-Fabrizio, Conformable...

Phương pháp: Sử dụng Các phương pháp chỉnh hóa như: chặt cứng, phương pháp Tikhonov, phương pháp phương trình tích phân,...

Nội dung 3: Chinh hóa tối ưu bài toán không chỉnh cho phương trình FPDE, SPDE tuyến tính.

Mục tiêu nội dung 3

Thiết lập nghiệm chỉnh hóa và đánh giá sai số tối ưu, chọn tham số hậu nghiệm cho các phương trình FPDE, SPDE tuyến tính. Để tiện cho độc giả, chúng tôi xin nhắc lại một số định nghĩa đã đề cập trong

đề tài B2021-18-02. Xét bài toán $Ku = f, K : X \rightarrow Y$. Cho $M \subset X$. Một toán tử $R : Y \rightarrow X$ gọi là một thuật toán chỉnh hóa của bài toán. Đại lượng $\Delta(\delta, R, K, M) = \sup \{ \|Ry^\delta - x\|_X : x \in M, \|Ax - y^\delta\|_Y < \delta \}$ gọi là sai số xấu nhất của toán tử chỉnh hóa R . Một toán tử chỉnh hóa $R_{opt} : Y \rightarrow X$ gọi là *tối ưu* (optimal) nếu $\Delta(\delta, R_{opt}, K, M) = \inf_R \Delta(\delta, R, K, M)$ và gọi là *có bậc tối ưu* (order optimal) nếu $\Delta(\delta, R_{opt}, K, M) \leq c \inf_R \Delta(\delta, R, K, M)$. Sự khảo sát tính tối ưu của thuật toán chỉnh hóa phụ thuộc rất nhiều vào điều kiện $x \in M$ gọi là điều kiện nguồn. Như đã đề cập phía trên, các điều kiện nguồn có thể có dạng phổ $x \in \text{Range}(\varphi(K^*K))$ hay điều kiện dạng biến phân (xem [4.6]).

Việc khảo sát tính tối ưu của chỉnh hóa với các điều kiện nguồn là một chủ đề vẫn còn rất mới.

Phương pháp: Các kết quả tối ưu của Tautenhahn, phương pháp chỉnh hóa hậu nghiệm theo kiểu Morozov, Lepski. Các phương pháp mới cho loại nguồn biến phân ...

Nội dung 4: khảo sát một số bài toán giải chấp trong các mô hình thống kê khác nhau.

Mục tiêu nội dung 4

Thiết lập các ước lượng cho các mô hình dữ liệu thống kê và chứng minh các kết quả tối ưu minimax và đặc biệt là các kết quả thích nghi (adaptive). Các bài toán giải chấp trong thống kê nằm trong chủ đề này. Chủ đề 4 được nghiên cứu trong rất nhiều mô hình như đã đề cập. Từ các quan trắc $Y_1, \dots, Y_n$ (có thể không độc lập) chúng ta có thể xây dựng được ước lượng $F(x, Y_1, \dots, Y_n)$ của đại lượng f cần tìm. Ước lượng gọi là minimax nếu

$$\sup_f \|F_{opt}(\cdot; Y_1, \dots, Y_n) - f\| = \inf_F \sup_f \|F(\cdot; Y_1, \dots, Y_n) - f\|$$

Trong đó f và F được chọn trong các lớp hàm thích hợp. Để khảo sát tính minimax của ước lượng chúng ta có thể sử dụng các kỹ thuật của bổ đề Le Cam Trong một số bài báo, chúng tôi đã thu được một số kết quả cho các trường hợp không tiêu chuẩn (xem [6.17, 6.20, 6.21] để tham khảo các bài toán về loại này).

Phương pháp: Các phương pháp của thống kê phi tham số, đánh giá chặn dưới theo kiểu minimax bằng bổ đề Le Cam, các phương pháp adaptive....