**TÓM TẮT**

Trong nhiều bài toán thực tiễn, các phương trình hyperbolic có chứa thành phần co giãn(relaxation term) thường đóng vai trò quan trọng trong mô hình hóa các hiện tượng vật lý. Một đặc điểm nổi bật của các mô hình này là liên quan đến cơ chế tản nhiệt, từ đó đặt ra bài toán nghiên cứu giới hạn khi tham số co giãn tiến về 0. Tuy nhiên, việc phân tích lý thuyết về sự tồn tại và duy nhất của nghiệm trong bối cảnh này vẫn gặp nhiều thách thức, đặc biệt là khi các hệ phương trình có cấu trúc phức tạp. Trước những khó khăn đó, việc phát triển các phương pháp số nhằm tìm kiếm nghiệm xấp xỉ trở nên cần thiết, không chỉ giúp tiếp cận gần đúng lời giải mà còn hỗ trợ trực quan hóa các hiện tượng vật lý. Đáng chú ý, các phương trình hyperbolic thường được xét trong điều kiện biên cụ thể, khiến choviệc xây dựng và phân tích các phương pháp số càng trở nên phức tạp, đặc biệt do các yếutố sau:

- Sự tác động và ảnh hưởng của điều kiện biên đến nghiệm của mô hình bài toán.

- Sự tương tác giữa điều kiện biên, điều kiện ban đầu với các thành phần co giãn bài

toán.

- Các phương pháp số phải được thiết kế phù hợp để xấp xỉ điều kiện biên. Từ đó chúng ta đưa ra các giá trị nghiệm gần đúng để mô phỏng lại các hiện tượng.

- Sơ đồ thuật toán là phức tạp, dẫn đến khó khăn trong việc viết chương trình mô phỏng bằng các ngôn ngữ lập trình tính toán. Thêm nữa, việc chạy các chương trình mô phỏng này đòi hỏi tốn nhiều thời gian, tài nguyên và khả năng tính toán của máy tính.

Từ các vấn đề nêu trên, đề tài này tập trung nghiên cứu phương pháp số cho phương trình hyperbolic, cụ thể là phương trình sóng ẩm tuyến tính có thành phần co giãn. Mục tiêu là xây dựng một phương pháp xấp xỉ biên đủ chính xác và ổn định, có khả năng mô phỏng hiệu quả các hiện tượng thực tế dưới tác động của các hệ số co giãn ở mức độ vừa phải. Để hiện thực hóa mục tiêu này, nghiên cứu đề ra bốn định hướng chính:

- Xây dựng phương pháp xấp xỉ tại biên đảm bảo tính ổn định đồng nhất của bài toán

giá trị biên – điều kiện ban đầu cho hệ phương trình thư giãn, độc lập với độ cứng

của số hạng nguồn và độ mịn của lưới tính.

- Phát triển thuật toán xấp xỉ cho bài toán điều kiện ban đầu và điều kiện biên của

phương trình sóng ẩm tuyến tính.

- Chứng minh tính ổn định của thuật toán đề xuất.

- Triển khai mô phỏng số bằng phần mềm tính toán để đánh giá nghiệm gần đúng và

kiểm tra tính ổn định của phương pháp.